

TRƯỜNG ĐẠI HỌC SPKT TP. HỒ CHÍ MINH
BỘ MÔN TOÁN-KHOA KHOA HỌC ỨNG DỤNG
ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN-TOÁN CAO CẤP A2
Thời gian: 90 phút (không tính thời gian phát đề).

Câu	Nội dung đáp án	Điểm	Ghi chú	
1	a	Tính $\det(4A^8 + A^2 A^T A^5) = 5^3 \cdot (\det A)^8 = 5^{11}$	0.5	
		Tính BC , $\det(BC) = 0$	0.5	
	b	Chỉ ra các trị riêng của ma trận A là $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$ và $\lambda_3 = 5$.	0.5	
		Không gian riêng: $V_{\lambda=1} = \text{Span}\{X_1 = (1; 1; 0)^T, X_2 = (0; 0; 1)^T\}$ Chứng minh: $\{X_1; X_2\}$ là một cơ sở của $V_{\lambda=1}$	0.5	
		Không gian riêng: $V_{\lambda=5} = \text{Span}\{X_3 = (1; -1; 0)^T\}$ Chứng minh: $\{X_3\}$ là một cơ sở của $V_{\lambda=5}$	0.5	
	$\dim V_{\lambda=1} + \dim V_{\lambda=5} = 2 + 1 = 3$	0.5		
	c	$g(x_1; x_2; x_3) = 3x_1^2 + 3x_2^2 + x_3^2 - 4x_1x_2$, và $r(g) = 3$	0.5	
2	a	F là tập ĐLTT trên \mathbb{R}^3 (vì $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & -2 \\ -1 & 3 & 2 \end{vmatrix} = -10 \neq 0$)	0.5	
		$\dim \mathbb{R}^3 = 3 = F $ (Hoặc chứng minh F là một tập sinh của \mathbb{R}^3)	0.5	
		$[u_4]_F = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} \Leftrightarrow u_4 = \alpha_1 u_1 + \alpha_2 u_2 + \alpha_3 u_3 \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha_1 = -6 \\ \alpha_2 = 7/2 \\ \alpha_3 = 5/2 \end{cases}$	0.5	
	b	Chứng minh được W không là một không gian véc tơ con của \mathbb{R}^3 (Với mọi $u \in W$, chọn $\alpha = 0$ ta có $\alpha \cdot u = 0_{\mathbb{R}^3} \notin W$.)	1.0	
	c	S là một tập sinh của \mathbb{R} vì với mọi $x \in \mathbb{R}$ ta luôn có biểu diễn $x = \frac{x}{2047} \cdot 2047 + 0 \cdot 2048$ (Hoặc $r(S) = 1 = \dim \mathbb{R}$)	0.5	
	Chứng minh $\{1\}$ là 1 cơ sở của \mathbb{R}	0.5		
3	a	Với $(x; y) \neq (2; 1)$, ta có $f(x; y) = x^3 + 3y^4$, suy ra $f'_x(x; y) = 3x^2$ và do đó $f'_x(3; 2) = 27$	0.5	
	b	Xét $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x; 1) - f(2; 1)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + 3 - \alpha}{x - 2} := I$ Lập luận: nếu $\alpha \neq 11$ thì I không tồn tại; nếu $\alpha = 11$ thì $f'_x(2; 1) = 12$.	0.5	
4	Tim được 2 điểm dừng $M_1(2; -3), M_2(2, -5)$	0.5		
	Chứng tỏ được hàm số đạt cực tiểu tại $M_2(2; -5)$ và không đạt cực trị tại $M_1(2; -3)$.	0.5		
5	Đề ba mặt phẳng trên có một điểm chung duy nhất thì hệ phương	0.5		

	trình (*) có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & m \\ 3 & m & -1 \\ m+2 & 2 & -2 \end{vmatrix} \neq 0$		
	$\Leftrightarrow -m^3 - 2m^2 + 3m + 6 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -2 \\ m \neq \sqrt{3} \\ m \neq -\sqrt{3} \end{cases}$	0.5	